

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

IX.OSZTÁLY

1. A tízes számrendszerben felírt kétjegyű N természetes számról a következőket tudjuk: az első illetve a második számjegye egy mértani haladvány első illetve második tagja, az N szám pedig az illető haladvány harmadik tagjának háromszorosa. Határozd meg az összes olyan N számot, amely rendelkezik ezzel a tulajdonsággal!

2. Legyen G az ABC háromszög súlypontja és N , a G szimmetrikusa a (BC) szakasz M felezőpontjára nézve. Igazoljuk, hogy:

a) $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$;

b) $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NG}$;

c) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 3\overrightarrow{NG}$;

d) Határozzuk meg az $a, b, c \in \mathbb{R}$ értékeit, amelyre teljesül az $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ összefüggés.

3. Egy ügyes mókus 2011. január elsején egy 66 mogyoróból álló tartalékkal rendelkezik. Attól a naptól kezdve minden nap fogyaszt a tartalékból, a következő szabály szerint:

1) Azokon a napokon, amikor páros számú mogyorója van, megeszi a felét;

2) Azokon a napokon, amikor páratlan számú mogyorója van, nem fogyaszt el egyet sem, viszont még szed 3 mogyorót.

Ha 7 egymást követő napon a mókus egyetlen mogyorót sem fogyaszt, akkor elpusztul.

a) Hány mogyorót eszik meg a mókus január 7-én?

b) Milyen dátumtól kezdődően fog a mókus csak kétnaponként egyszer, három mogyorót fogyasztani?

c) Igazold, hogy a mókus soha nem pusztul el!

4. Az A pontban lévő kutya üldözni kezdi a 30m-rel előtte, a B pontban lévő rókát. A kutya 2m-es, a róka pedig 1m-es ugrásokkal halad. A kutya kettőt ugrik annyi idő alatt, amennyi alatt a róka háromat. Az A ponttól milyen távolságra éri utol a kutya a rókát?

Megjegyzés: Munkaidő 3 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.